Lezione 11
Risposta alle domande + indicazioni MIdterm

Fausto Giunchiglia and Adolfo Villafiorita

University of Trento

**Originally by Luciano Serafini and Chiara Ghidini*
Modified by Fausto Giunchiglia and Mattia Fumagalli

1.1 OPEN L11.T86.FOL.Reasoning.Tableau.countermodels

1- Cosa si intende con simboli funzionali del branch usati per la definizione del dominio? Si intendono la formula iniziale e tutte le altre formule di un branch che derivano dalla scomposizione della formula iniziale? (Slide 4)

2- Sempre alla slide 4 non ho capito l'interpretazione dei predicate symbols e in che senso i simboli funzionali vengono interpretati come se stessi.

Models and CounterModels

- If the construction of a tableaux ends in a saturated open branch, the tableaux can be used to define the interpretation which is also a model *M* for all the formulas on that branch.

- *M is finite* by construction. It is a subset of other *possibly infinite* models.

- A model *M*, *being an interpretation, must tell how to interpret constants* (the elements of the *domain*), *function symbols, and predicate symbols*

- *Domain*: set of all terms we can construct using the function symbols appearing on the branch (so-called *Herbrand universe*). (You can optionally introduce a fake constant for the value of the term)

- *Function symbols*: interpreted as themselves (or using the fake constants)

- *Predicate symbols*: interpreted in terms of their occurrences in the branch

Example

Example

$$\exists x\, (P(x) \land \neg Q(x)) \land \forall y\, (P(y) \lor Q(y))$$

$$\exists x\, (P(x) \land \neg Q(x))$$
$$\forall y\, (P(y) \lor Q(y))$$

$$P(a) \land \neg Q(a)$$

$$P(a)$$
$$\neg Q(a)$$

$$P(a) \lor Q(a)$$

$P(a)$	$Q(a)$
OPEN	CLASH

Comments

From the formulas appearing in the OPEN branch of the tableaux it is possible to construct a model for the root formula.

- $\Delta = \{a\}$, the constants appearing in the formulas
- $I\,(P) = \{a\}$, since the formula $P(a)$ appears in the open branch
- $I\,(Q) = \{\}$ since the formula $\neg Q(a)$ appears in the open branch

1.1 OPEN L11.T86.FOL.Reasoning.Tableau.countermodels

3- Nell'esempio dell'ultima slide (slide 5) non ho capito cosa di questa formula è un contromodello e in generale come faccio a trovare il contromodello di una formula. E’ Q(a) un contromodello della formula di partenza essendo che si arriva ad un clash nel branch che la contiene?

Example

Example

$$\exists x\,(P(x) \wedge \neg Q(x)) \wedge \forall y\,(P(y) \vee Q(y))$$

$$\exists x\,(P(x) \wedge \neg Q(x))$$
$$\forall y\,(P(y) \vee Q(y))$$

$$P(a) \wedge \neg Q(a)$$

$$P(a)$$
$$\neg Q(a)$$

$$P(a) \vee Q(a)$$

$$P(a) \qquad\qquad Q(a)$$

OPEN CLASH

Comments

From the formulas appearing in the OPEN branch of the tableaux it is possible to construct a model for the root formula.

- $\Delta = \{a\}$, the constants appearing in the formulas
- $I\,(P) = \{a\}$, since the formula $P(a)$ appears in the open branch
- $I\,(Q) = \{\}$ since the formula $\neg Q(a)$ appears in the open branch

1.2 OPEN L7.T53.PL.Reasoning.Tableau

Nella slide numero 8 della presentazione, l’Elimination e la Branch Closure sono rispettivamente una alpha rule e una beta rule, oppure appartengono ciascuna ad una categoria separata?

7 Expansion Rules of Propositional Tableau

α rules

$$\frac{\varphi \wedge \psi}{\begin{array}{c}\varphi \\ \psi\end{array}} \qquad \frac{\neg(\varphi \vee \psi)}{\begin{array}{c}\neg\varphi \\ \neg\psi\end{array}} \qquad \frac{\neg(\varphi \supset \psi)}{\begin{array}{c}\varphi \\ \neg\psi\end{array}}$$

$\neg\neg$-Elimination

$$\frac{\neg\neg\varphi}{\varphi}$$

β rules

$$\frac{\varphi \vee \psi}{\varphi \mid \psi} \qquad \frac{\neg(\varphi \wedge \psi)}{\neg\varphi \mid \neg\psi} \qquad \frac{\varphi \supset \psi}{\neg\varphi \mid \psi}$$

Branch Closure

$$\frac{\begin{array}{c}\varphi \\ \neg\varphi\end{array}}{X}$$

Note: These are the standard ("Smullyan-style") tableau rules.

We omit the rules for $\equiv$. We rewrite $\varphi \equiv \psi$ as $(\varphi \supset \psi) \wedge (\psi \supset \varphi)$

8 Smullyans Uniform Notation

Two types of formulas: conjunctive (α) and disjunctive (β):

α	α_1	α_2
$\varphi \wedge \psi$	φ	ψ
$\neg(\varphi \vee \psi)$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$
$\neg(\varphi \supset \psi)$	φ	$\neg\psi$

β	β_1	β_2
$\varphi \vee \psi$	φ	ψ
$\neg(\varphi \wedge \psi)$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$
$\varphi \supset \psi$	$\neg\varphi$	ψ

We can now state α and β rules as follows:

$$\frac{\alpha}{\begin{array}{c}\alpha_1\\ \alpha_2\end{array}} \qquad\qquad \frac{\beta}{\beta_1 \mid \beta_2}$$

Note: α rules are also called deterministic rules. β rules are also called splitting rules.

Esame: punti di attenzione

A seguire una lista di temi da tenere in dovuta attenzione nella preparazione dell'esame, sulla parte di **teoria**.

Esame copre tutto il programma come riportato nelle slide

Temi riportati nel seguito sono quindi un sotto-
Insieme dei temi possibiil, elencati per evitare che si pensi che siano di minore importanza e quindi non coperti dal compitino.

Introduzione: punti di attenzione

1. Nozioni fondamentali (incluse nozioni di espressibilità, complessità, indecidibilità)
1. Informal – formal continuum
2. How/ why to use logic
3. Modeling with set theory (functions and relations)

Teoria PL: punti di attenzione

1. Nozione di formula ben formata
2. Sottoformule
3. Lazy evaluation e DPLL, incluso CNF
4. problemi di decisione e loro correlazioni
5. Comprensione delle proprietà della conseguenza logica
6. Assiomi e teorie
7. Reasoning as deduction, nozione intuitiva
8. Hilbert Calculus (definizione ma non suo utilizzo)

Teoria FOL: punti di attenzione

1. Nozione di formula ben formata
2. Modeling in FOL vs. modeling in PL (including common mistakes)
3. FOL not UNA (and DB not UNA) – how to handle it
4. Interpretation function
5. Assignment and how to use it (eg., in decision problems)
6. Finite domains
7. Using Truth tables to solve FOL problems
8. Modeling DBs in FOL

Lezione 11
Risposta alle domande + indicazioni MIdterm

Fausto Giunchiglia and Adolfo Villafiorita

University of Trento

**Originally by Luciano Serafini and Chiara Ghidini*
Modified by Fausto Giunchiglia and Mattia Fumagalli