Lezione 8
Risposta interattiva alle domande

Fausto Giunchiglia and Adolfo Villafiorita

University of Trento

**Originally by Luciano Serafini and Chiara Ghidini*
Modified by Fausto Giunchiglia and Mattia Fumagalli

1.1 OPEN teorie e interpretazioni

non credo di aver compreso bene la relazione tra una "interpretazione" e una "teoria". Come è possibile che una interpretazione interpreti una teoria? (forse una I interpreta una T quando interpreta tutte le formule contenute in T?)

1.1 OPEN teorie e interpretazioni - Risposta

- Una interpretazione interpreta un linguaggio L ed assegna un valore di verità T o V ad ogni formula atomica e quindi ad ogni formula di L
- Una teoria (sia intesa come insieme finito di assiomi che come insieme infinito di teoremi) è un sottoinsieme del linguaggio
- Quindi ogni interpretazione assegna un valore di verità a tutte le formule della teoria
- Si dice che una interpretazione è *modello* di (interpreta) una teoria quando tutte le formule di quella teoria sono vere in quella interpretazione
- Una teoria è parziale, nel senso che definisce il valore di verità (V o F) solo per un sottoinsieme del linguaggio. Una interpretazione à totale (V of per TUTTE le formule). In generale una teoria ha tanti modelli
- Esempio: L = {A, B}, T1 ={A}, T2 = {B}, T3={A or B}

1.1 OPEN teorie e interpretazioni: DOMANDA + RISPOSTA

Inoltre chiederei se possibile di dimostrare esplicitamente la proposizione:

"per ogni insieme L , cl(L) è una teoria. "

per avere un esempio concreto di come si ragiona con queste definizioni

DIMOSTRAZIONE: by construction. (dimostrazioni piu interessanti sulle metà proprietà di PL, ad esempio: monotonicity, cut, refutation, …)

Propositional theory

Definition (Propositional theory)

A theory is a set of formulas closed under the logical consequence relation. I.e. T is a theory iff $T \models A$ implies that $A \in T$

Example (Of theory)

- T_1 is the set of valid formulas $\{A | A \text{ is valid}\}$
- T_2 is the set of formulas which are true in the interpretation $I = \{P, Q, R\}$
- T_3 is the set of formulas which are true in the set of interpretations $\{I_1, I_2, I_3\}$
- T_4 is the set of all formulas

Show that T_1, T_2, T_3 and T_4 are theories

Propositional theory (cont'd)

Definition (Logical closure)

For any set Γ, $cl(\Gamma) = \{A \mid \Gamma \vDash A\}$

Proposition (Logical closure)

For any set Γ, the logical closure of Γ, $cl(\Gamma)$ is a theory

Proposition

Γ *is a set of axioms for* $cl(\Gamma)$. *(NOTE: not the only one)*

1.2 OPEN L9(10).T78.FOL.FOL.wrt.DB

Alla slide 6 viene detto:

« FOL can be used to formalize relational databases when L contains no functional symbols and there is the UNA»

mentre alla slide 5 abbiamo una FOL formalizzata a DB con la ***funzione*** supervisor e bob e robert che vanno nello stesso elemento del dominio, cioè 2

Example

What is the result of the following queries against the interpretation below?

1. $friends(x, alice)$ $\{2, 4\}$
2. $\neg friends(x, bob)$ $\{2, 3, 5, 6\}$
3. $friends(x, y) \land friends(y, z)$ $\left\{\begin{array}{l}(1,2,1),(1,2,4),(2,1,2),(2,1,4),\\(3,4,3),(4,3,4),(4,2,4),(4,1,4),\\(4,4,1),(4,4,2),(4,4,3),(4,4,4)\end{array}\right\}$
4. $\exists y\,(friends(x, y) \land friends(y, z))$ $\left\{\begin{array}{l}(1,1),(1,4),(2,2),(2,4),\\(3,3),(4,4),(4,1),(4,2),\\(4,3)\end{array}\right\}$

The interpretation I is defined as follows:

Symbols

Constants: *alice*, *bob*, *carol*, *robert*

Function: *supervisor* (with arity equal to 1)

Predicate: *friends* (with arity equal to 2)

Domain

$\Delta^I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Interpretation

$I(alice) = 1$, $I(bob) = 2$, $I(carol) = 3$,
$I(robert) = 2$

$I(supervisor) = S$

$S(1) = 3$	$S(2) = 1$
$S(3) = 4$	$S(4) = 5$
$S(5) = 5$	$S(6) = 5$

$$I(friends) = F = \left\{\begin{array}{lll}(1,2), & (2,1), & (3,4),\\(4,3), & (4,2), & (2,4),\\(4,1), & (1,4), & (4,4)\end{array}\right\}$$

1.2 OPEN L9(10).T78.FOL.FOL.wrt.DB - RISPOSTA

- Ha ragione! Ottimo punto …. Ed occasione di Approfondimento
- Assumiamo di avere funzioni con lettera iniziale minuscola e predicati con lettera iniziale maiuscola

ESEMPI:

- *Mother (Mario, Maria), mother (Mario) = Maria*: dove è la differenza?
- *Brother (Mario, Alfredo)* ma non si può avere la funzione *brother* (a meno che non ci si restringa a famiglie con due figli)
- **DIFF.1** Sicuramente dovrebbe valere *Mother (mario, mother(Mario))*
- **DIFF.2** Sicuramente si può avere *mother(mother(mario)), mother(mother(mother(mario))),* **MA NON** *Mother(Mother (Mario, Maria), …)*
- Le funzioni danno la possibilità di nominare nel linguaggio (infiniti) individui per cui non si conosce il nome (la costante che li nomina).
- Nei DB le funzioni sono semplicemente relazioni (che «casualmente» hanno un elemento in un eventuale codominio MA non si hanno le differenze DIFF.1, DIFF.2, DIFF.3

1.3 OPEN L9(10).T72 rappresentazione di at most n in FOL

mi chiedevo perché nella slide dove si mostra la rappresentazione di "at most n" in FOL si considerino le x da 1 a n:

l'indice non dovrebbe andare fino ad n+1?

RISPOSTA: si, hai ragione! Slide corretta

Example

Represent the statement at most 2 students attend the KR course

$$\forall x_1 \forall x_2 \forall x_3 (attend(x_1, KR) \wedge attend(x_2, KR) \wedge attend(x_3, KR) \supset x_1 = x_2 \vee x_2 = x_3 \vee x_1 = x_3)$$

At most *n-1* . .

$$\forall x_1 \ldots x_n \ (\bigwedge_{i=1}^{n} \varphi(x_i) \ \supset \ \bigwedge_{i \neq j=1}^{n} x_j = xi)$$

Errata – corridge: il simbolo di <u>congiunzione</u> dopo implicazione in equazione sopra va letto come <u>disgiunzione</u> . Si confronti con esempio